

# Bonus-Beispiel 3

Angewandte Mikroökonomik

Sommersemester 2022

## 1 Erwarteter Nutzen - Theorie

Die Nutzentheorie (siehe Foliensatz 1) kann auch auf Entscheidungen unter Unsicherheit angewandt werden.

Nehmen wir an, dass die Nutzenfunktion  $u_i(x)$  den Nutzen einer Person  $i$  darstellt, den diese Person aus dem Geldbetrag  $x$  zieht. Nehmen wir weiters an, dass diese Nutzenfunktion stets differenzierbar und **streng monoton steigend** ist (mehr Geld ist immer besser):

$$u'_i(x) = \frac{\partial u_i(x)}{\partial x} > 0$$

Entscheidungen werden nicht anhand der erwarteten (durchschnittlichen) Auszahlung getroffen, sondern anhand des **erwarteten** (durchschnittlichen) **Nutzens** der möglichen Auszahlungen.

Nehmen wir an, dass die Person  $i$ , mit der Nutzenfunktion  $u_i(x) = \sqrt{x}$ , bei einem kostenlosen Glücksspiel  $GS$  mitmacht. Es wird eine (faire) Münze geworfen. Wenn die Münze nach dem Münzwurf Kopf zeigt, erhält die Person €1 und €101 bei Zahl. Der Nutzen, den die Person aus diesem Glücksspiel zieht, ist gegeben durch:

$$u_i(GS) = \frac{1}{2}u_i(1) + \frac{1}{2}u_i(101) = \frac{1}{2}\sqrt{1} + \frac{1}{2}\sqrt{101} = 5.525$$

Allgemein gilt, dass der erwartete Nutzen aus einer Lotterie  $W$  (z.B.: das oben genannte Glücksspiel) mit den verschiedenen Auszahlungsbeträgen  $w$  (im oben genannten Beispiel 1 und 51) und den dazugehörigen Wahrscheinlichkeiten  $p(w)$  (im oben genannten Beispiel jeweils  $\frac{1}{2}$ ) gleich

$$E[u_i(W)] = \sum_{w \in W} u_i(w)p(w) \text{ ist,}$$

wobei gelten muss, dass  $\sum_{w \in W} p(w) = 1$  (die Summe der Wahrscheinlichkeiten aller möglichen Auszahlungen muss 1 ergeben - im oben genannten Beispiel  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$ ).

Die erwartete Auszahlung dieses Glücksspiels ist gleich €51 ( $= \frac{1}{2}1 + \frac{1}{2}51$ ). Der Nutzen, den diese Person aus der sicheren Auszahlung von €51 erhalten würde, ist gleich:

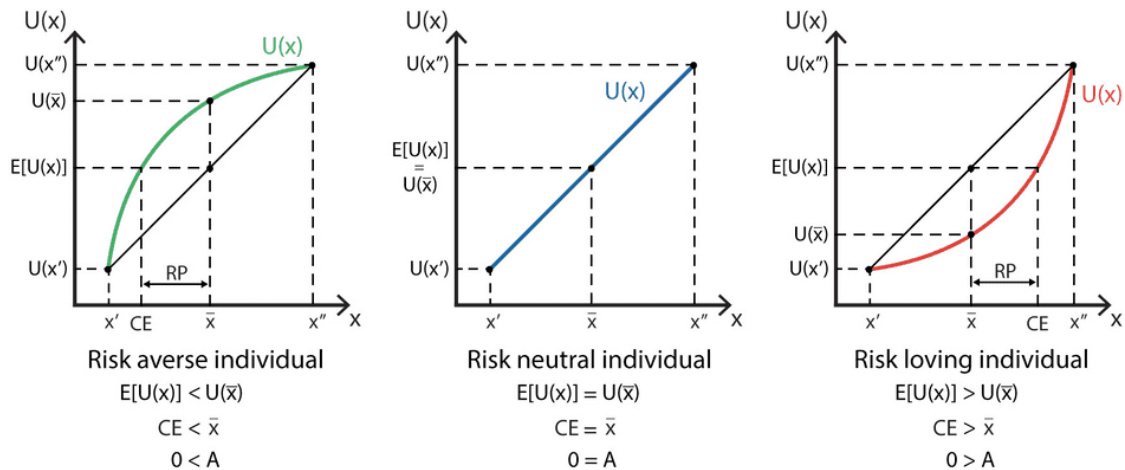
$$u_i(51) = \sqrt{51} = 7.141$$

Diese Person bevorzugt also die sichere Auszahlung (Nutzen von 7.141) gegenüber einer Lotterie mit einer erwarteten Auszahlung in gleicher Höhe dieser sicheren Auszahlung (Nutzen von 5.525). Dieses Verhalten nennt man auch **Risikoaversion**.

Die Einstellung einer Person zu Risiko kann anhand der zweiten Ableitung der Nutzenfunktion erkannt werden ( $\bar{w}$  steht für die erwartete Auszahlung, also  $\bar{w} = E[W] = \sum_{w \in W} wp(w)$  - im oben genannten Beispiel gleich 51):

- $u''_i(W) = \frac{\partial u'_i(W)}{\partial W} < 0$  ... **risikoavers** - es gilt  $E[u(W)] < u(\bar{w})$
- $u''_i(W) = \frac{\partial u'_i(W)}{\partial W} = 0$  ... **risikoneutral** - es gilt  $E[u(W)] = u(\bar{w})$  - Nutzenfunktion ist linear
- $u''_i(W) = \frac{\partial u'_i(W)}{\partial W} > 0$  ... **risikofreudig** - es gilt  $E[u(W)] > u(\bar{w})$

Die folgende Grafik soll das noch einmal verdeutlichen (Lotterie  $x$ , mit den möglichen Auszahlungen  $x'$  und  $x''$ , beide mit der Wahrscheinlichkeit  $\frac{1}{2}$  und der erwarteten Auszahlung  $\bar{x} = \frac{1}{2}x' + \frac{1}{2}x''$ ):



Anmerkung: RP steht für Risk Premium (was müsste man einer risikoaversen Person zahlen damit sie indifferent zwischen der Lotterie und der sicheren Auszahlung des Erwartungswertes der Lotterie ist - Kompensation für das Risiko). CE steht für Certainty Equivalent (die sichere Auszahlung, die der Person gleich viel wert ist wie die Lotterie).

## 2 Erwarteter Nutzen - Beispiel

In diesem Beispiel gibt es drei Personen. Die Nutzenfunktionen dieser Personen sind gegeben durch:

- $u_1(x) = \sqrt{x}$  ... risikoavers
- $u_2(x) = x$  ... risikoneutral
- $u_3(x) = x^2$  ... risikofreudig

1) Die drei Personen erhalten entweder eine sichere Auszahlung von €3000 oder können an einer Lotterie teilnehmen bei der sie eine Wahrscheinlichkeit von 80% haben €4500 zu gewinnen (oder nichts mit einer Wahrscheinlichkeit von 20%):

- A: sicherer Gewinn von €3000
- B: 80% Chance €4500 zu gewinnen

a) Für welche Möglichkeit würden Sie sich in dieser Situation entscheiden? (bitte für jede einzelne Person der Hausübungsgruppe beantworten - wenn Sie wollen mit einer kurzen Begründung)

b) Für welche Möglichkeit würden sich die drei oben genannten Personen in dieser Situation entscheiden? (bitte Rechenschritte angeben)

2) Die drei Personen können eine der beiden folgenden Lotterien wählen:

- C: 25% Chance €3000 zu gewinnen
- D: 20% Chance €4500 zu gewinnen

a) Für welche Möglichkeit würden Sie sich in dieser Situation entscheiden? (bitte für jede einzelne Person der Hausübungsgruppe beantworten - wenn Sie wollen mit einer kurzen Begründung)

b) Für welche Möglichkeit würden sich die drei oben genannten Personen in dieser Situation entscheiden? (bitte Rechenschritte angeben)

**3)** Die drei Personen können eine der beiden folgenden Lotterien wählen:

- E: 45% Chance €6000 zu gewinnen
- F: 90% Chance €3000 zu gewinnen

**a)** Für welche Möglichkeit würden Sie sich in dieser Situation entscheiden? (bitte für jede einzelne Person der Hausübungsgruppe beantworten - wenn Sie wollen mit einer kurzen Begründung)

**b)** Für welche Möglichkeit würden sich die drei oben genannten Personen in dieser Situation entscheiden? (bitte Rechenschritte angeben)

4) Die drei Personen können eine der beiden folgenden Lotterien wählen:

- G: 0.1% Chance € 6000 zu gewinnen
- H: 0.2% Chance € 3000 zu gewinnen

a) Für welche Möglichkeit würden Sie sich in dieser Situation entscheiden? (bitte für jede einzelne Person der Hausübungsgruppe beantworten - wenn Sie wollen mit einer kurzen Begründung)

b) Für welche Möglichkeit würden sich die drei oben genannten Personen in dieser Situation entscheiden? (bitte Rechenschritte angeben)