Aufgabe 1 *(Wahr oder Falsch)* [12 Punkte]

Kennzeichnen Sie bei jeder der nachfolgenden vier Aussagen, ob diese wahr oder falsch ist. Begründen Sie Ihre Aussage kurz und präzise. Jede Teilaufgabe gibt **maximal 3 Punkte**. Eine Antwort ohne Begründung gibt keine Punkte.

(a) Wenn der Preis bei einem normalen Gut steigt, dann fällt die Konsumentenrente.

Wahr ☐ **oder Falsch** ☐ ?

Begründung:

(b) Die Grenzrate der Substitution gibt an, wie viele Einheiten des Gutes 2 der Konsument abgeben muss, um 1 Einheit des Gutes 1 mehr zu konsumieren, so dass sich seine Gesamtausgaben nicht ändern.

Wahr ☐ **oder Falsch** ☐ ?

Begründung:

(c) Jede Produktionsfunktion mit Homogenitätsgrad $\rho > 0$ hat steigende Skalenerträge.

Wahr ☐ **oder Falsch** ☐ **?**

Begründung:

(d) Wenn die Fixkosten fallen, steigt in der Minimalkostenkombination (MKK) die Nachfrage nach allen Faktoren.

Wahr ☐ **oder Falsch** ☐ **?**

Begründung:

Aufgabe 2 *(Präferenzen)* [6 Punkte]

Betrachten Sie einen Konsumenten mit Präferenzen über zwei Güter. Gegeben sind die folgenden Bündel

$$x = (10, 20), \qquad y = (20, 10), \qquad z = (12, 22), \qquad w = (15, 15).$$

Nehmen Sie an, dass $x \sim y$.

Hinweis. Bei den folgenden Fragen brauchen Sie nur Ihre Antworten anzugeben. Es sind keine Begründungen notwendig. Jede richtige Antwort gibt **2 Punkte**.

Welche der Eigenschaften (Annahmen) über die Präferenzen sind **verletzt**, wenn:

(a) $x \succ z$.

Antwort:

(b) $x \succ w$.

Antwort:

(c) $z \succ x$ und $y \succ z$.

Antwort:

Aufgabe 3 *(Kostenminimierung)* [25 Punkte]

Unterstellt sei die folgende Produktionsfunktion eines Unternehmens:

$$f(L, K) = L^{1/3}K^{1/3}.$$

Die Faktorpreise sind z_L für Faktor L und z_K für Faktor K.

(a) Bestimmen Sie, ob diese Produktionsfunktion homogen ist. Wenn ja, finden Sie den Homogenitätsgrad.

[3 Punkte]

Homogen: Ja ☐ **oder Nein** ☐

Homogenitätsgrad: $\rho =$

Berechnungen:

(b) Das Outputniveau sei $\bar{Y}$. Stellen Sie die Lagrange-Funktion zur Kostenminimierung auf.

[3 Punkte]

Lagrange-Funktion: $\mathcal{L} =$

(c) Leiten Sie die Optimalbedingung für Kostenminimierung (d.h. das Verhältnis zwischen dem relativen Faktorpreis und der $GRtS$) her und bilden Sie den Expansionspfad. Zeichnen Sie den Expansionspfad in eine Grafik (mit L auf der horizontalen und K auf der vertikalen Achse). Verwenden Sie für die Zeichnung die Faktorpreise $z_L = 4$ und $z_K = 1$.

[8 Punkte]

Ergebnis (Optimalbedingung):

Grafik (Expansionspfad):

Berechnungen:

(d) Erklären Sie mit Worten wieso die Ungleichung $|GRtS| > z_L/z_K$ für die Minimalkostenkombination (MKK) nicht gelten kann.

[3 Punkte]

Erklärung:

(e) Berechnen Sie die bedingten Faktornachfragen L^* und K^* und die dazugehörige langfristige Kostenfunktion.

[8 Punkte]

Bedingte Faktornachfragen: $L^* =$ $K^* =$

Langfristige Kostenfunktion: $Z(Y) =$

Aufgabe 4 *(Robinson und Freitag)* [17 Punkte]

Robinson (R) und Freitag (F) können unter Verwendung ihrer Arbeitszeit jeweils ein Gut herstellen. Robinson kann Gut 1 und Freitag Gut 2 herstellen. Ihre Nutzenfunktionen lauten:

$$U_R(x_1^R, x_2^R, y_1) = \left(x_1^R\right)^{1/2} + \frac{1}{2}\left(x_2^R\right)^{2/3} - y_1$$
$$U_F(x_1^F, x_2^F, y_2) = \frac{1}{2}\left(x_1^F\right)^{2/3} + \left(x_2^F\right)^{1/2} - y_2.$$

Dabei bezeichnet x_i^j (mit $i = 1, 2$ und $j = R, F$) die konsumierte Menge des jeweiligen Gutes und y_i (mit $i = 1, 2$) die produzierte Menge des jeweiligen Gutes.

Betrachten Sie eine Marktwirtschaft mit einer **perfekten Eigentumsordnung**. Dabei besitzt Robinson das Eigentum an dem von ihm produzierten Gut 1 und Freitag das Eigentum an dem von ihm produzierten Gut 2. Darüber hinaus können sich beide bindend auf ein Austauschverhältnis p (wobei $p = p_1/p_2$) der beiden Güter einigen.

(a) Stellen Sie die Lagrange-Funktion für das Maximierungsproblem von Robinson und Freitag auf. Leiten Sie die Bedingungen erster Ordnung her.

[6 Punkte]

Lagrange-Funktion Robinson:

$\mathcal{L}_R =$

Lagrange-Funktion Freitag:

$\mathcal{L}_F =$

Berechnungen:

(b) Bestimmen Sie die gleichgewichtige Allokation als Funkion des relativen Preises p. [6 Punkte]

Ergebnis:

$x_1^R =$	$x_2^R =$	$y_1 =$
$x_1^F =$	$x_2^F =$	$y_2 =$

Berechnungen:

(c) Finden Sie den Gleichgewichtspreis p.

[5 Punkte]

Antwort: $p =$

Berechnungen:

Zusätzliche Blätter für Antworten

Schreiben Sie immer klar zu welcher Aufgabe und Frage die Antwort gehört.