Übung zur Vorlesung Grundzüge der makroökonomischen Theorie

(1) Methodische Grundlagen

1. Grenzen Sie folgende Gegensatzpaare voneinander ab und nennen Sie Beispiele (makroökonomische Anwendungen):

   (a) endogen - exogen

   (b) real - nominal

   (c) ex ante - ex post

   (d) total - partiell

   (e) Stromgrößen - Bestandsgrößen

   (f) Statik - Dynamik

   (g) Gleichgewicht - Ungleichgewicht

   (h) Erwartungsgleichgewicht - Erwartungsungleichgewicht

2. Zeigen Sie anhand der Konsum- und Sparfunktion

$$C(Y) = a + b \cdot Y \qquad (a \geq 0,\ 0 < b < 1) \tag{1}$$
$$S(Y) = Y - C(Y) = -a + (1 - b)Y \tag{2}$$

   den Zusammenhang zwischen

   (a) C_Y und S_Y $\qquad (a > 0,\ C_Y = \frac{dC}{dY})$

   (b) $C(Y)/Y$ und $S(Y)/Y$ $\qquad (a > 0)$

   (c) C_Y und $C(Y)/Y$ $\qquad (a > 0)$

(d) $\varepsilon_{C,Y}$ und $\varepsilon_{S,Y}$ $\qquad (a = 0,\ \varepsilon_{C,Y} = \frac{dC}{dY} \cdot \frac{Y}{C})$

Die nachfolgenden Aufgaben dienen der Einübung maßgeblicher algebraischer Konzepte in der Wirtschaftstheorie. Dazu zählen

- das totale Differential einer nichtlinearen ökonomischen Gleichung
- die Lösungsform eines Gleichungssystems mittels der inversen Systemmatrix (durch Darstellung der reduzierten Form des betrachteten Modells in Matrix-Schreibweise)
- die Bildung partieller Ableitungen nichtlinearer Gleichungen.

3. Gegeben sei das folgende **nichtlineare** Gleichungssystem

$$y = f(\overset{(+)}{y}, \overset{(-)}{r}) + v + h\left(\overset{(-)}{y}, \overset{(-)}{\frac{z}{x}}\right) \tag{3}$$

$$\frac{w}{z} = g(\overset{(+)}{y}, \overset{(-)}{r}) \tag{4}$$

$$y = k(\overset{(+)}{z}, \overset{(-)}{l}) \tag{5}$$

Dabei sind y, z, x endogen, v, w, l exogen und $r = \overline{r} = \text{const}$. Für die Anfangswerte von z, x und w gelten

$$z_0 = x_0 = w_0 = 1 \tag{6}$$

Die Vorzeichen der partiellen Ableitungen der Funktionen f, g, h und k werden durch ein „ + “ - bzw. „ − “-Zeichen gekennzeichnet.
Partielle Ableitungen werden durch

$$f_y,\ f_r,\ h_y,\ h_\tau \quad \left(\text{mit } \tau = \frac{z}{x}\right) \tag{7}$$

$$g_y,\ g_r,\ k_z,\ k_l \tag{8}$$

gekennzeichnet. Es gilt also

$$\frac{\partial f}{\partial y} = f_y,\ \frac{\partial f}{\partial r} = f_r \quad \text{usw.} \tag{9}$$

a) Bilden Sie das **totale Differential** des Gleichungssystems (3)-(5) und stellen Sie dieses in der **Matrixform**

$$A \begin{pmatrix} dy \\ dz \\ dx \end{pmatrix} = b_1 dv + b_2 dw + b_3 dl \tag{10}$$

mit $A = (a_{ij})_{1 \le i,j \le 3}$ und $b_1, b_2, b_3 \in \mathbb{R}^3$ dar. Verwenden Sie bei der Angabe von a_{11} die Abkürzungen

$$s = 1 - f_y \quad (f_y > 0,\ < 1), \quad m = -h_y > 0 \tag{11}$$

b) Bilden Sie mithilfe der **Regel von Sarrus** die **Systemdeterminante**

$$\Delta = \det A \tag{12}$$

und bestimmen Sie auch ihr Vorzeichen.

c) Bestimmen Sie durch Streichen der i-ten Zeile und j-ten Spalte von A die **Cofaktoren (Unterdeterminanten)**

$$(d_{ij})_{1 \le i,j \le 3} \tag{13}$$

d) Bestimmen Sie die Umkehrmatrix A^{-1} von A, welche von der Form

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} d_{11} & -d_{21} & d_{31} \\ -d_{12} & d_{22} & -d_{32} \\ d_{13} & -d_{23} & d_{33} \end{pmatrix} \tag{14}$$

ist.

e) Bestimmen Sie die <u>Lösungform</u> von (10) mithilfe der Umkehrmatrix A^{-1} und geben Sie die Differenzquotienten (Multiplikatoren)

$$\frac{dy}{dv}, \frac{dy}{dw}, \frac{dy}{dl} \tag{15}$$

$$\frac{dz}{dv}, \frac{dz}{dw}, \frac{dz}{dl} \tag{16}$$

$$\frac{dx}{dv}, \frac{dx}{dw}, \frac{dx}{dl} \tag{17}$$

unter Angabe des jeweiligen Vorzeichens an. Dabei ist nur das Vorzeichen von $\frac{dx}{dl}$ nicht eindeutig.

f) Zeigen Sie

$$\frac{dx}{dl} < 0 \;\Leftrightarrow\; s + m > -h_\tau g_y \tag{18}$$

4. Bilden Sie für die Cobb-Douglas-Produktionsfunktion

$$Y = N^\alpha K^{1-\alpha} \qquad (0 < \alpha < 1) \tag{19}$$

(N, K: Produktionsfaktoren Arbeit und Kapital) die partiellen (ersten und zweiten sowie Kreuz-) Ableitungen Y_N, Y_{NN}, Y_K, Y_{KK}, Y_{NK}, Y_{KN} und das totale Differential dY.