Mikroökonomie

---

3. Übungsblatt

1. Marta produziert Pfirsiche durch Arbeit L und Boden T: Ihre Produktionsfunktion hat die Form $f(L, T) = \sqrt{L}\sqrt{T}$.
   (a) Skizzieren Sie anhand einiger Punkte die Isoquante, die ein Outputniveau von 4 beschreibt. Wie lautet die Funktion der Isoquante?
   (b) Welche Skalenerträge hat Martas Produktionsfunktion?
   (c) Kurzfristig kann Marta das Niveau an Boden nicht verändern. Zeichnen Sie die Produktionsfunktion für ein konstantes Niveau für Boden von 1. Wie nennt man die Steigung dieser Kurve?
   (d) Wie lautet das Grenzprodukt der Arbeit für den kurzfristigen Fall?
   (e) Marta erhöht nun langfristig ihren Boden auf 4 Einheiten. Zeichnen Sie in die Grafik aus (c) die neue Produktionsfunktion des Faktors Arbeit. Zeichnen Sie außerdem das Grenzprodukt der Arbeit für den Fall T = 4.

2. Gegeben ist die Cobb-Douglas-Produktionsfunktion $f(x_1, x_2) = x_1^{1/2} x_2^{3/2}$.
   (a) Wie lauten die Grenzprodukte von Gut 1 und Gut 2?
   (b) Wie verhält sich das Grenzprodukt des Gutes 1 für kleine Variationen der Menge von Gut 1 bei konstantem Gut 2?
   (c) Wie verhält sich das Grenzprodukt des Gutes 2 für kleine Variationen der Menge von Gut 2 bei konstantem Gut 1?
   (d) Wie lautet die technische Rate der Substitution TRS zwischen x_1 und x_2? Wie verhält sich die TRS für zunehmende x_2?
   (e) Welche Skalenerträge weist die Produktionsfunktion auf?

3. Die kurzfristige Produktionsfunktion eines Unternehmens aus einem Markt mit vollkommenem Wettbewerb laute $f(L) = 6L^{2/3}$, wobei L die Menge an Arbeit angibt. Der Lohn pro Einheit Arbeit liege bei w = 6, der Preis pro Outputeinheit sei p = 3.
   a) Skizzieren Sie in einer geeigneten Grafik die Produktionsfunktion anhand einiger Punkte. Berechnen und zeichnen Sie die Isogewinnlinien ein, die durch die Punkte (0, 4), (0, 8) und (0, 12) verlaufen. Wie lauten deren Steigungen?
   b) Skizzieren Sie die Menge der Punkte, die tatsächlich möglich ist für die Isogewinnlinie durch den Punkt (0, 12) als auch durch den Punkt (0, 4).
   c) Wie viele Arbeitseinheiten wird das Unternehmen optimal beschäftigen? Welcher Output wird erzeugt und welcher Gewinn generiert?

4. Ein Unternehmen produziert das Gut y durch den Inputfaktor x gemäß der Produktionsfunktion $f(x) = 4\sqrt{x}$. Der Outputpreis liegt bei 100€ pro Einheit, der Inputpreis bei 50 je Einheit

a) Wie lautet die Gewinnfunktion des Unternehmens?
b) Kalkulieren Sie die gewinnmaximierende Outputmenge, Inputmenge sowie die maximal Höhe des Gewinns.
c) Nun werde der Output mit 20€ je Einheit besteuert und der Input mit 10€ je Einheit subventioniert. Wie lauten nun maximaler Gewinn sowie gewinnmaximierender Output und Input?
d) Alternativ wird das Unternehmen mit 50% des Gewinns besteuert. Errechnen Sie den maximalen Gewinn sowie den gewinnmaximierenden Output und Input.

5. Ein Firma produziert gemäß der Produktionsfunktion $f(x_1, x_2) = x_1^{1/2} x_2^{1/4}$, der Outputpreis sei p = 4, die Inputpreise seien w_1 für Input x_1 und w_2 für Input x_2. Wie lauten die Gewinnfunktion und die sich daraus ergebenden Bedingungen für eine gewinnmaximale Produktion? Wie hoch sind die optimalen Inputmengen?

6. Ein Unternehmen nutzt zur Produktion Arbeit L und Maschinen M. Die Produktionsfunktion lautet: $f(L, M) = 4\sqrt{L}\sqrt{M}$. Eine Einheit Arbeit kostet 40€, der Einsatz einer Maschine kostet 10€.
   a) Berechnen und zeichnen Sie die Isokostenlinien, die Kosten in Höhe von 200€ bzw. 400€ verursachen. Wie lautet deren Steigung?
   b) Stellen Sie das Kostenminimierungsproblem auf und ermitteln Sie mittels des Lagrange-Ansatzes die kostenminimale Wahl von Arbeit und Maschinen für ein beliebiges Outputniveau y. Wie hoch sind die Kosten?
   c) Welche Skalenerträge hat die Produktionsfunktion?

7. Ein Unternehmen produziert Output y mit der Produktionsfunktion $f(x_1, x_2) = (2x_1 + x_2)^{1/2}$.
   (a) Zeichnen Sie in eine geeignete Grafik die Isoquanten einer Produktion von y = 4 bzw. y =6 ein.
   (b) Welche Skalenerträge hat die Produktionsfunktion?
   (c) Falls die Inputpreise (1, 1) sind, welches ist die kostenminimale Inputkombination, um 4 bzw. 6 Einheiten Output zu produzieren? Wie hoch sind jeweils die Kosten?
   (d) Falls die Inputpreise (1, 1) sind, berechnen Sie ist die kostenminimale Inputkombination, um y Einheiten Output zu produzieren c(1, 1, y).
   (e) Falls die Inputpreise (3, 1) sind, berechnen Sie ist die kostenminimale Inputkombination, um y Einheiten Output zu produzieren c(3, 1, y).
   (f) Wie lautet allgemein die Kostenfunktion $c(w_1, w_2, y)$?
   (g) Nun sei der Inputfaktor 2 auf kurze Sicht unveränderlich bei $x_2 = 20$. Welche Menge an Inputfaktor 1 würde benötigt, um 100 Einheiten Output zu produzieren? Wie hoch sind die Kosten der Produktion von 100 Einheiten Output bei Faktorpreisen (1, 1)?
   (h) Berechnen Sie die kurzfristige Kostenfunktion c(1, 1, y).

8. Matthias möchte ein Geschäft in einem Einkaufszentrum eröffnen. Ihm stehen drei Ladengeschäfte zur Auswahl, die sich nur durch ihre Größe unterscheiden: $200m^2$, $500m^2$ oder $1000m^2$. Die monatliche Miete beträgt $1€/m^2$ und er schätzt,

dass er bei einer Fläche von F und einem Warenverkauf von y monatliche variable Kosten von $c_V(y) = y^2/F$ haben wird.

(a) Bei einem Ladengeschäft von 200m², wie lauten Matthias Grenzkostenfunktion und Durchschnittskostenfunktion? Bei welcher Outputmenge sind die Durchschnittskosten minimal und wie hoch sind die minimalen Durchschnittskosten?

(b) Berechnen Sie die Ergebnisse aus (a) für die beiden anderen möglichen Ladengeschäfte.

(c) Skizzieren Sie in ein geeignetes Schaubild die Durchschnitts- und Grenzkostenfunktionen aller möglichen Ladenflächen. Wo verläuft die Kurve der langfristigen Durchschnittskosten?

9. Florian publiziert Comic-Hefte. Als Inputs benötigt er alte Witze und Karikaturisten. Seine Produktionsfunktion lautet: $Q = 0{,}1W^{1/2}L^{3/4}$, mit Q = der Anzahl publizierter Comics, W = der Anzahl alter Witze und L = der Arbeitseinsatz von Karikaturisten.

   (a) Wie ändert sich der Output bei einer gleichmäßigen Erhöhung der Inputs um den Faktor a? Welche Skalenerträge weist die Produktionsfunktion demnach auf?

   (b) Wie lautet der Grenzprodukt der Arbeit, falls 100 alte Witze genutzt werden? Wie verhält es sich bei zunehmendem Arbeitseinsatz?

   (c) Alte Witze können zu 1€/Stück gekauft werden, Karikaturisten kosten 2€ / Arbeitseinsatz. Florian hat kurzfristig unveränderlich 100 alte Witze erworben, kann jedoch die Arbeit der Karikaturisten frei wählen. Wie viele beschäftigt er zur Produktion von Q Comics?

   (d) Wie lautet Florians kurzfristige Gesamtkosten-, Grenzkosten- und Durchschnittskostenfunktion?

   (e) Bei langfristiger Betrachtung sind auch die alten Witze variabel. Bei den Preisen aus (c), wie lautet demnach die kostenminimale Inputkombination zur Erzeugung eines Comic-Heftes (Lagrange!)? Was kostet dies?

10. Ein Unternehmen auf einem Wettbewerbsmarkt hat folgende kurzfristige Kostenfunktion: $c(y) = y^3 - 8y^2 + 30y + 5$.

   (a) Wie lauten die Grenzostenkurve MC(y) und die variable Durchschnittskostenkurve AVC(y)?

   (b) Zeichnen Sie beide Kurven in eine geeignete Grafik ein,

   (c) Bei welchem Outputniveau schneiden sich die beiden Kurven? Wie lautet demnach die Angebotskurve?

   (d) Bei welchen Preisen wird das Unternehmen Nullproduktion betreiben?

   (e) Wie lautet die kleinste positive Outputmenge, die das Unternehmen bei einem beliebigen Preis p anbieten wird? Zu welchem Preis bietet das Unternehmen genau 6 Outputeinheiten an?

11. Die Kostenfunktion eines Unternehmens lautet $c(y) = y^2 + 10$ für y > 0 und c(y) = 0 für y = 0.
   (a) Berechnen Sie die Grenzkosten- und Durchschnittskostenfunktion.
   (b) Wie lautet die Outputmenge bei der die Durchschnittskosten minimal sind?
   (c) Wie hoch muss der minimale Preis auf einem Wettbewerbsmarkt sein, dass das Unternehmen eine positive Outputmenge anbietet? Welche Outputmenge würde zu diesem Preis angeboten werden?
   (d) Welche Beziehung gilt für die Produktion einer positiven Menge zwischen Preis und AC(y) / AVC(y) im Vergleich zu Aufgabe 11? Begründen Sie.

12. Ein Monopolist sehe sich der inversen Nachfragekurve p(y) = 100 – y gegenüber. Ihm entstehen keine Produktionskosten.
   (a) Zeichnen Sie die Nachfragekurve ein geeignetes Schaubild ein.
   (b) Wie lauten die Erlös-und Grenzerlösfunktion? Zeichnen Sie Grenzerlösfunktion in das Schaubild aus (a) ein.
   (c) Bei welchem Output wird der Monopolist seinen Gewinn maximieren? Welchen Preis wird er verlangen?
   (d) Nun verändert sich die Nachfragekurve auf p(y) = 75 – y/2. Berechnen Sie die Grenzerlöskurve und zeichnen Sie beide Kurven in die Grafik aus (a) ein. Wie lauten gewinnmaximale Menge und Preis?

13. Die inverse Nachfragekurve eines Monopolmarktes lautet p(y) = 12 – y. Dem Monopolisten entstehen Kosten in Höhe von $c(y) = y^2$.
   (a) Wie hoch sind gewinnmaximierende Outputmenge und -preis?
   (b) Nun besteuert der Staat den Monopolisten in dem auf jede produzierte Einheit 2€ an den Fiskus abgeführt werden muss. Wie verändert der Monopolist sein gewinnmaximaler Output und Preiswahl?
   (c) Wie würden sich gewinnmaximaler Preis und Output verändern, wenn der Staat stattdessen eine Pauschalsteuer von 10€ auf den Gewinn der Monopolisten erheben würde?