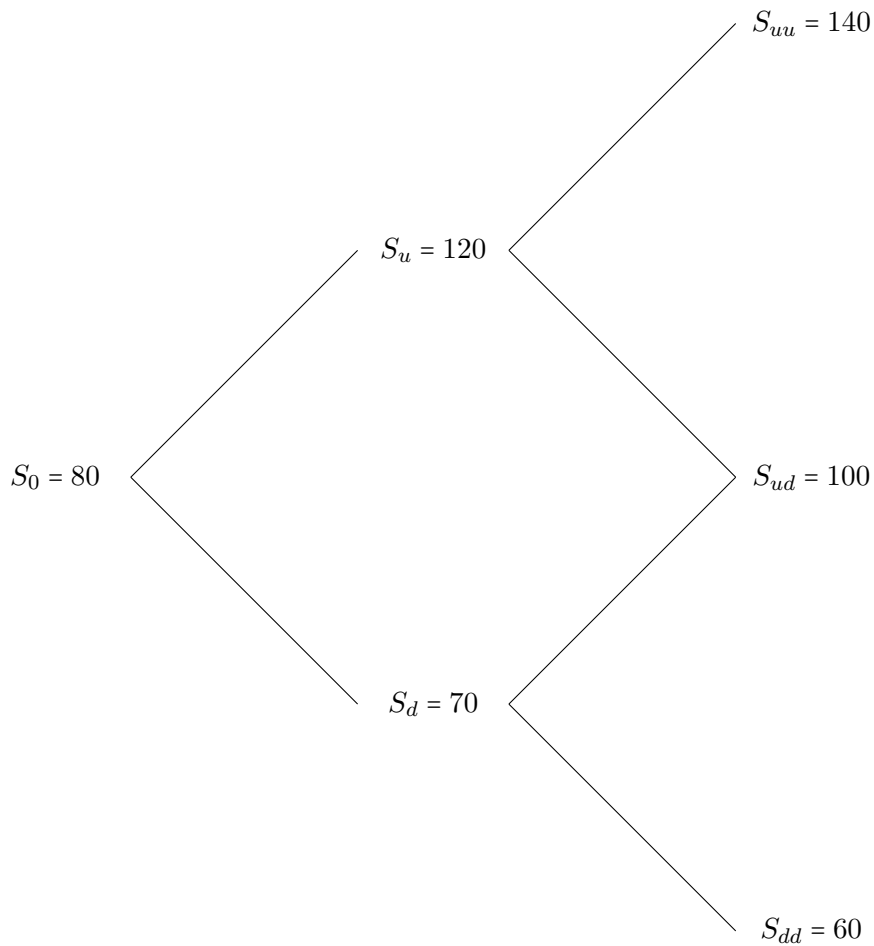


Übungen zur Finanzmathematik I

1 . Aufgabe (6 Punkte):

Die Kursentwicklung der Aktie S für die nächsten zwei Jahre ist in folgendem Binomialbaum dargestellt. Die garantierte Verzinsung beträgt 5% pro Periode.



- a) Bewerten Sie einen amerikanischen Put auf die S-Aktie mit Basispreis 100 und Fälligkeit in $T = 2$.

- b) Wie ändert sich der Put-Preis, wenn die Wahrscheinlichkeiten für eine Abwärtsbewegung des Aktienkurses zunehmen, der oben dargestellte Binomialbaum mit der zugehörigen Aktienkursentwicklung sich jedoch nicht ändert?

2 . Aufgabe (6 Punkte):

Zeigen Sie, dass in einem arbitragefreien Modell $M = ((\Omega, \mathfrak{F}, \mathbb{P}), \bar{\Pi}, \bar{S})$ die folgende Arbitragepreisschranke für eine Wette C gilt:

$$\Pi_{\inf}(C) = \inf_{\mathbb{P}^* \in \mathcal{P}} \mathbb{E}^* \left(\frac{C}{1+r} \right) = \max \left\{ m \geq 0 \mid \bigvee_{\xi \in \mathbb{R}^d} m + \xi Y \leq \frac{C}{1+r} \text{ } \mathbb{P}\text{-fast sicher} \right\}.$$

3 . Aufgabe (6 Punkte):

Unterstellen Sie für den Basistitel einer Terminposition einen Binomialgitterprozess mit Startwert $s_0 = 100$ und einer prozentualen Aufwärtsbewegung von 20 % bzw. einer prozentualen Abwärtsbewegung von 10 % pro Periode. Der einperiodige Zinssatz für eine sichere Kapitalanlage bzw. Kapitalaufnahme betrage 5%.

- a) Bestimmen Sie auf Basis des Duplikationsprinzips den arbitragefreien Preis in $t = 0$ einer zweiperiodigen Calloption auf den Basistitel. Der Ausübungspreis der Option sei 126.
- b) Bestimmen Sie auf Basis des Duplikationsprinzips den arbitragefreien Preis in $t = 0$ eines dreiperiodigen Forwardkontrakts auf den Basistitel. Welche Beziehung weisen der arbitragefreie Forwardpreis und der Startwert des Basistitels auf? Hinweis: Ein rekursives Vorgehen ist in diesem Fall nicht notwendig!

4 . Aufgabe (6 Punkte):

Zeigen Sie den Hilfssatz 2.5.0.21.

5 . Aufgabe (6 Punkte):

Schreiben Sie 12 Fehler im Skript auf.